



**XV олимпиада по математике
имени В.А.Курова.
2017 – 2018 уч. год.**

6 класс.

- Задача №1.** Докажите, что если цифры десятизначного числа выписать в обратном порядке, то полученное число не будет в три раза больше исходного.
- Задача №2.** Кассир продал все билеты в первый ряд кинотеатра, причем по ошибке на одно из мест было продано два билета. Сумма номеров мест на всех этих билетах равна 857. На какое место продано два билета?
- Задача №3.** На каждом километре между селами Марьино и Рощино стоит столб с табличкой, на одной стороне которой написано расстояние до Марьино, на другой – расстояние до Рощино. Остановившись у каждого столба, Бобик заметил, что если сложить все цифры, записанные на обеих сторонах таблички, то получится 13. Найдите расстояние между селами.
- Задача №4.** Автобусная сеть города устроена следующим образом: 1) с любой остановки на любую другую можно попасть без пересадки; 2) для любой пары маршрутов найдется и притом единственная, остановка, на которой можно пересесть с одного маршрута на другой; 3) на каждом маршруте ровно 3 остановки. Сколько маршрутов в городе?
- Задача №5.** Разрезать произвольный треугольник прямолинейными разрезами на три части, из которых можно сложить прямоугольник.

Оргкомитет олимпиады.

Ответы: 6 класс.

Задача №1.

Решение: Предположим, что такое число нашлось. Его первая цифра может быть 1, 2 или 3 (потому что иначе в три раза большее число будет одиннадцатизначным).

Если первая цифра 1, то последняя – 7 (так как иначе при умножении на три на конце получится другое число – см. таблицу умножения на 3). Но тогда обращённое число получается более чем в три раза превосходит исходное.

Если первая цифра – 2 или 3, то последняя – 4 или 1, поэтому обращённое число получается слишком мало.

Задача №2. Ответ: на 37-е место

Решение: Сколько мест могло быть в первом ряду. Во-первых, их не больше 40, так как сумма натуральных чисел от 1 до 41 равна 861. Во-вторых, их не меньше 40, так как сумма натуральных чисел от 1 до 39 равна 780, и даже после прибавления к ней 39, результат будет меньше 857. Значит в первом ряду ровно 40 мест. Теперь несложно определить, на какое место был продан лишний билет: $1 + \dots + 40 = 820$; $857 - 820 = 37$.

Задача №3. Ответ: 49 км.

Решение: Расстояние между селами не может быть больше, чем 49 километров, так как тогда на одном из столбов будет написано с одной стороны 49, а с другой – не 0, то есть, сумма цифр будет больше 13. На первых девяти столбах с одной стороны записаны однозначные числа от 1 до 9, поэтому числа, записанные с другой стороны, также должны быть из одного десятка (чтобы суммы цифр были одинаковы).

Следовательно, искомое расстояние выражается числом, оканчивающимся на 9. Числа 9, 19, 29 и 39 решениями не являются, так как на первом столбе сумма цифр не будет равна 13. Таким образом, искомое расстояние равно 49 километрам.

Задача №4. Ответ: 7

Решение: Если на маршруте n остановок, то общее число маршрутов равно $n(n-1)+1$. У нас $n=3$, следовательно, в городе 7 маршрутов.

Задача №5.

Решение: см. рисунки

